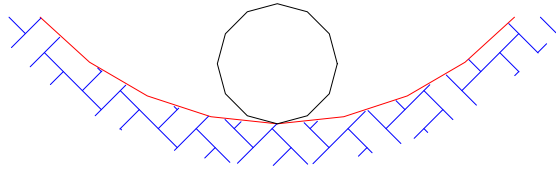


DISEÑO DE PIEZAS DE MADERA EN COMPRESIÓN

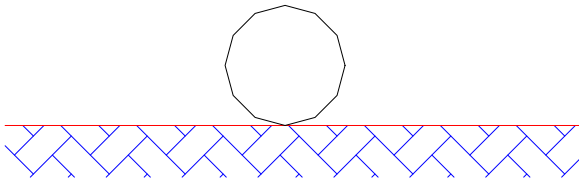
CIRSOC 601

2020

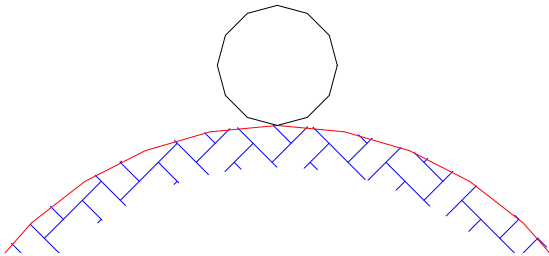
EQUILIBRIO ESTRUCTURAL



ESTABLE



INDIFERENTE

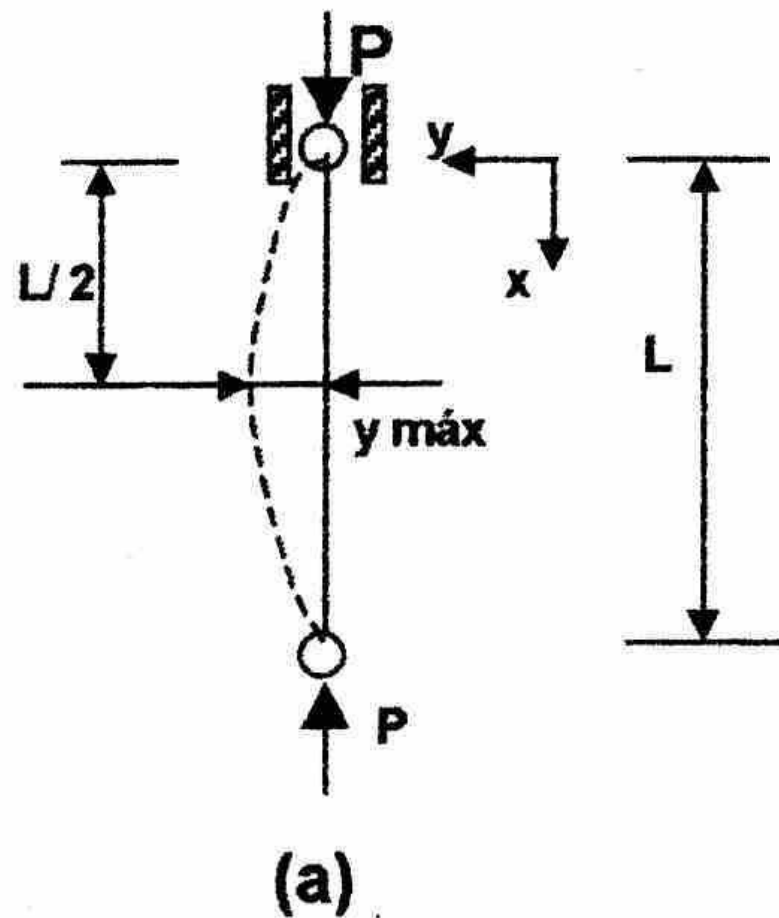


INESTABLE

PANDEO EN BARRAS

TEORÍA DE EULER:

- **MATERIAL ISÓTROPO, HOMOGÉNEO Y CONTINUO**
- **COMPORTAMIENTO PERFECTAMENTE ELÁSTICO**
- **BARRA RECTA Y DE SECCIÓN CONSTANTE**
- **FUERZA CENTRADA**
- **EXTREMOS ARTICULADOS**
- **DEFORMACIONES PEQUEÑAS**



$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}$$

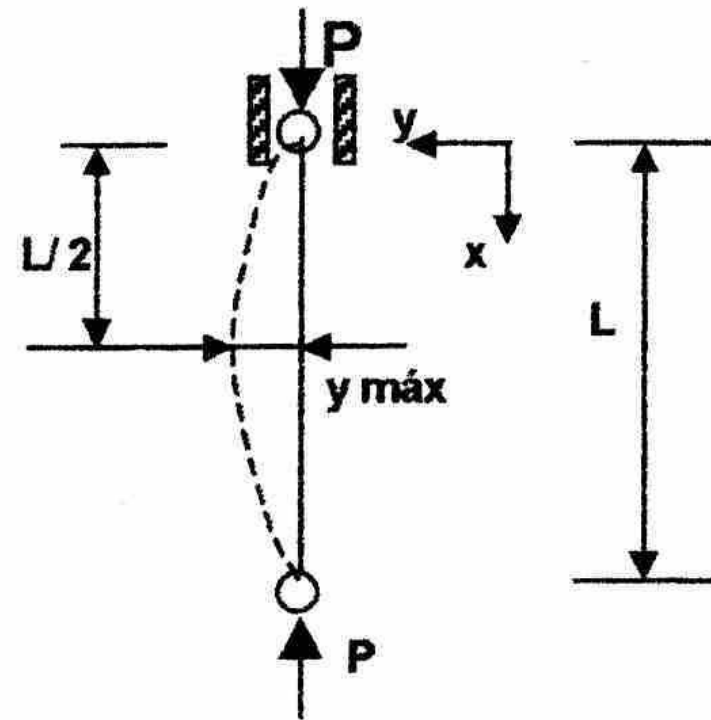
$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$M_e = P \cdot y$$

$$M_{e\text{máx}} = P \cdot y_{\text{máx}}$$

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{M_i}{E \cdot I}$$

$$-\frac{M_i}{E \cdot I} = \frac{d^2 y}{dx^2}$$



- (a) $M_e > M_i$
- (b) $M_e < M_i$
- (c) $M_e = M_i$

$$M_e = M_i \quad \rightarrow \quad \frac{P \cdot y}{E \cdot I} + \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

$y = 0 \rightarrow$ (solución trivial)

$$P_{cri} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

$$F_{cri} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

CONDICIONES IDEALES:

$$F_{cri} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

CONDICIONES REALES:

- **LA MADERA NO ES ISÓTROPA, HOMOGÉNEA Y CONTINUA**
- **COMPORTAMIENTO PERFECTAMENTE ELÁSTICO HASTA F_y**
- **LAS BARRAS NO SON PERFECTAMENTE RECTAS Y DE SECCIÓN CONSTANTE**
- **LA FUERZA NO SE APLICA CENTRADA**
- **EXTREMOS ARTICULADOS**
- **DEFORMACIONES PEQUEÑAS**

VERIFICACIÓN SEGÚN CIRSOC 601

$$f_c \leq F'_c$$

Cuando hay una sección debilitada:

- An si se encuentra en zona crítica
- Ag si no se encuentra en zona crítica (*)

(*) Verificar $f_c \leq F'_c$ con An y F'_c sin aplicar Cp

Tabla 4.3-1. Factores de ajuste aplicables para madera aserrada

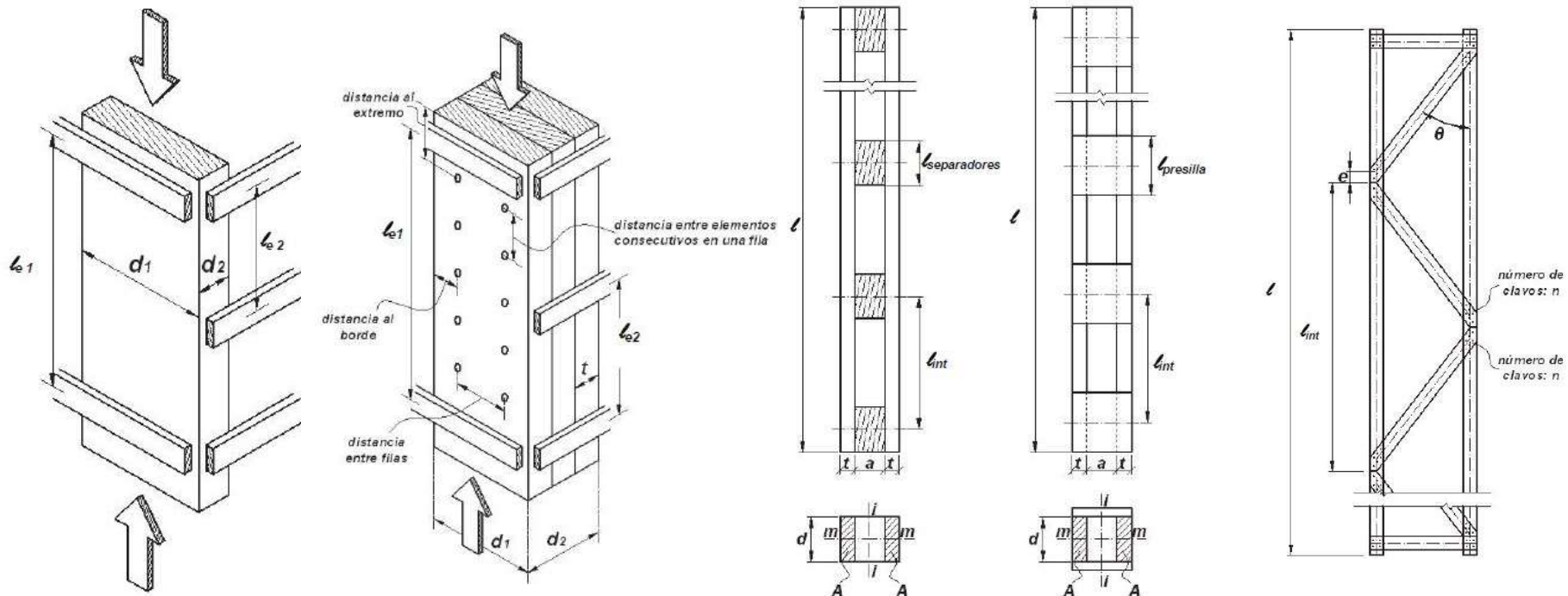
Tensiones y módulo de elasticidad	Factores de ajuste aplicables							
$F'_b = F_b$	X	C_D	C_M	C_t	C_L	C_F	C_r	-
$F'_t = F_t$	X	C_D	C_M	C_t	-	C_F	-	-
$F'_v = F_v$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	-
$F'_{c\perp} = F_{c\perp}$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	-
$F'_c = F_c$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	C_P
$E' = E$	X	-	C_M	C_t	-	-	-	-
$E'_{0,05} = E_{0,05}$	X	-	C_M	C_t	-	-	-	-
$E'_{\min} = E_{\min}$	X	-	C_M	C_t	-	-	-	-

Tabla 5.3-1 Factores de ajuste aplicables para madera laminada encolada estructural

Tensiones y módulo de elasticidad	Factores de ajuste aplicables								
$F'_b = F_b$	X	C_D	C_M	C_t	C_L	C_V	C_c	C_r	-
$F'_t = F_t$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	-	-
$F'_v = F_v$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	-	-
$F'_{c\perp} = F_{c\perp}$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	-	-
$F'_c = F_c$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	-	C_P
$F'_{rt} = F_{rt}$	X	C_D	C_M	C_t	-	-	-	-	-
$E' = E$	X	-	C_M	C_t	-	-	-	-	-
$E'_{0,05} = E_{0,05}$	X	-	C_M	C_t	-	-	-	-	-
$E'_{\min} = E_{\min}$	X	-	C_M	C_t	-	-	-	-	-

Factor de estabilidad lateral del miembro comprimido C_p

- CONSIDERA FALTA DE HOMOGENEIDAD E IMPERFECCIONES GEOMÉTRICAS
- MADERA ASERRADA: DESVIACIÓN O EXCENTRICIDAD $> L/300$ DEBE CONSIDERARSE LA EXCENTRICIDAD INICIAL
- MADERA LAMINADA: DESVIACIÓN O EXCENTRICIDAD $> L/500$ DEBE CONSIDERARSE LA EXCENTRICIDAD INICIAL



C_p : SECCIONES SIMPLES

- Factor de estabilidad lateral del miembro comprimido (C_p)

$$C_p = \frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}} \quad (3.3.1-1)$$

siendo:

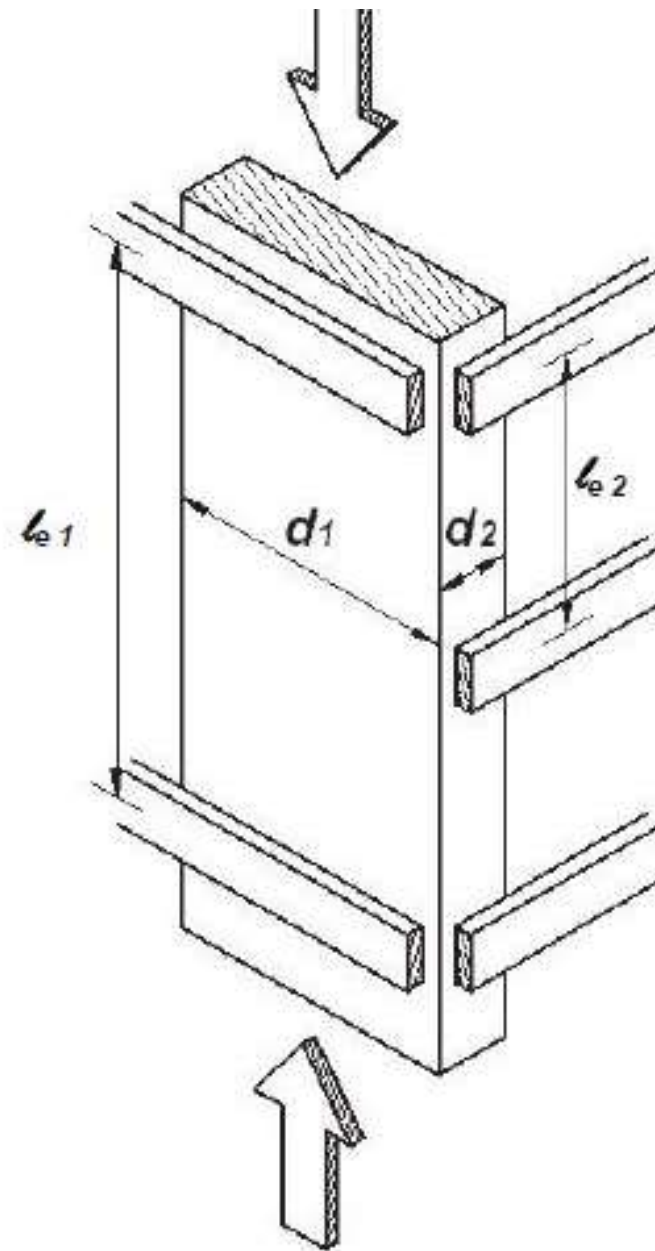
F_c^* la tensión de diseño en compresión paralela a las fibras de referencia multiplicada por todos los factores de ajuste aplicables, excepto C_p .

$$F_{cE} = \frac{0,822E'_{\min}}{\left(\frac{\ell_e}{d} \right)^2}$$

E'_{\min} el módulo de elasticidad para el cálculo de la estabilidad, ajustado (ver el artículo 3.2.1.).

c el coeficiente igual a **0,8** para miembros de madera aserrada, **0,85** para miembros estructurales de sección circular y **0,9** para madera laminada encolada estructural.

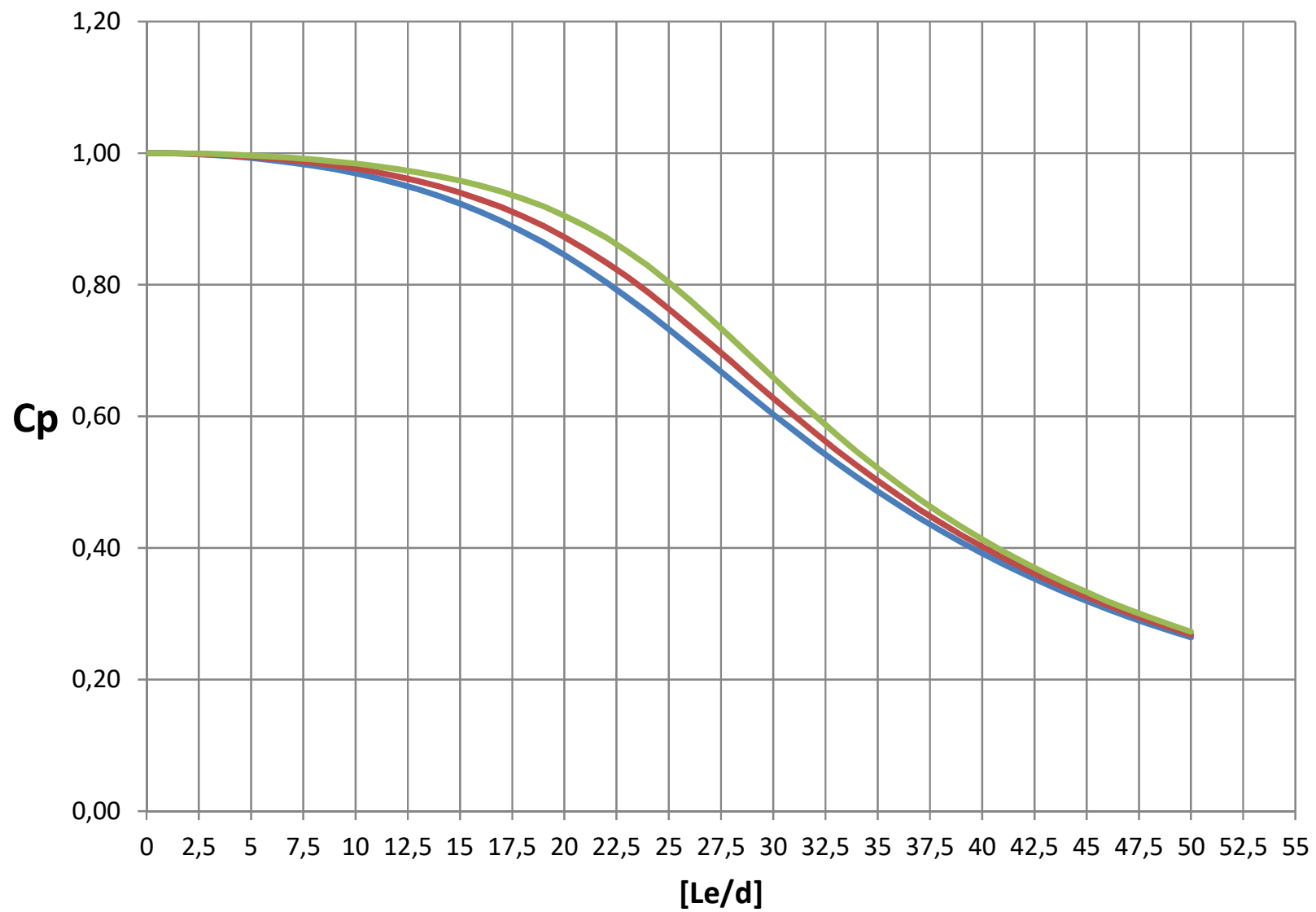
ℓ_e la longitud efectiva de pandeo.



$$L_e/d \leq 50$$

Figura 3.3.1-1. Miembro simple comprimido.

Factores Cp (Compresión)



— aserrada cuadrangular — aserrada circular — laminada pegada

C_p : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS MECÁNICAMENTE EN FORMA DIRECTA

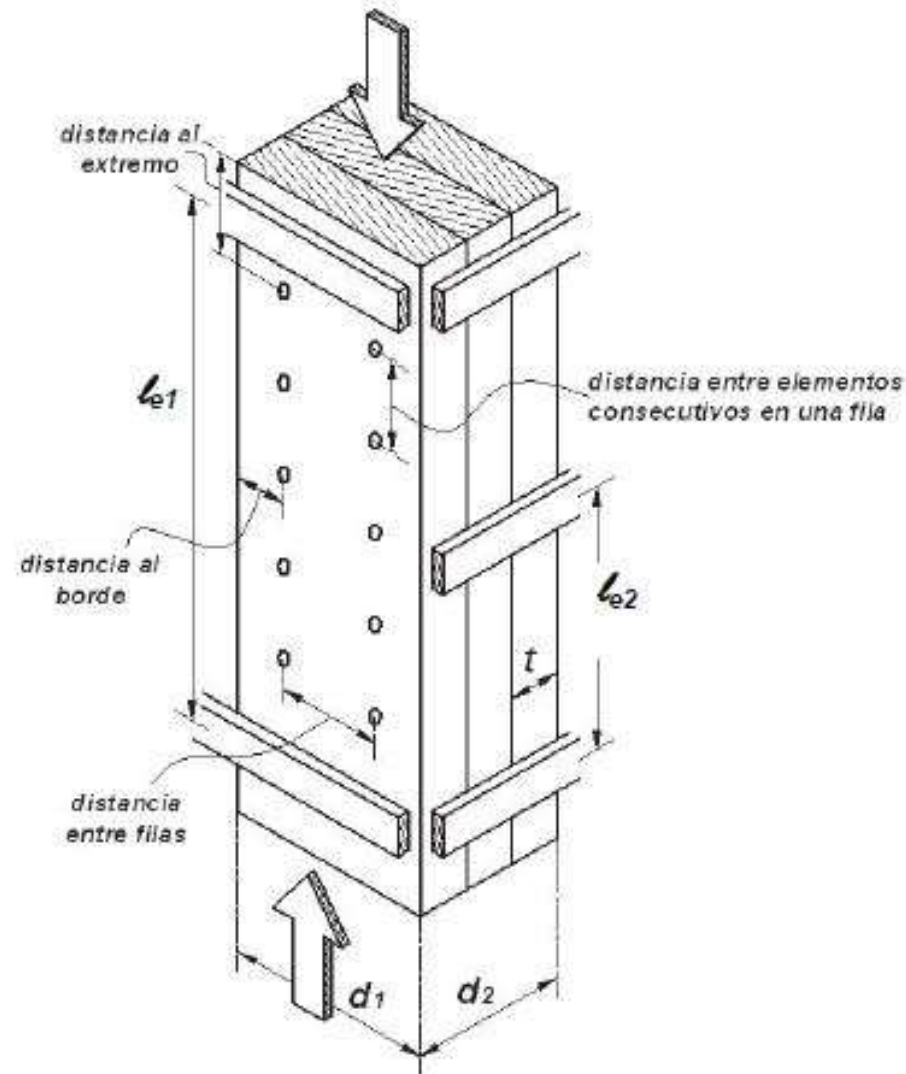
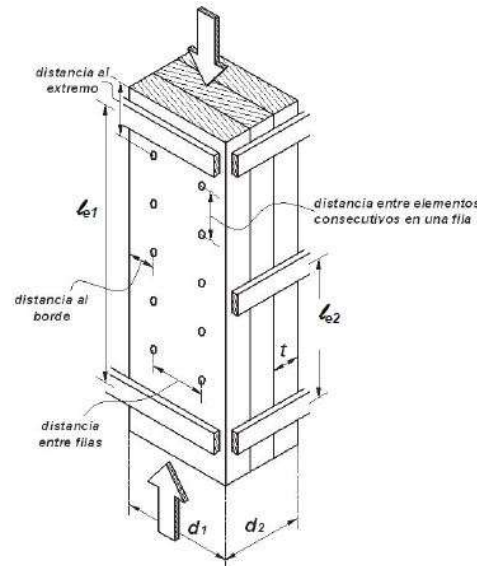


Figura 3.3.2-1. Miembro compuesto unido mecánicamente en forma directa.

Cp : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS MECÁNICAMENTE EN FORMA DIRECTA



- todas las láminas tienen una sección transversal rectangular con un espesor nominal mínimo (t_{min}) igual a **25,4 mm**.
- todas las láminas tienen el mismo ancho (d_1).
- las superficies (caras) de las láminas adyacentes están en contacto.
- todas las láminas están constituidas por una única pieza de longitud igual a la del miembro compuesto.
- se cumplen los requerimientos establecidos en este artículo para las uniones clavadas y abulonadas.
- la carga aplicada es un esfuerzo de compresión, **P**, situado en el centro de gravedad de la sección transversal del miembro compuesto. No obstante, queda bajo la responsabilidad del Proyectista Estructural aceptar la existencia simultánea de un momento flector actuando en dirección paralela a las caras de las láminas de ancho d_1 .

C_p : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS MECÁNICAMENTE EN FORMA DIRECTA

$$C_P = K_f \left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}} \right]$$

siendo:

F_c^* la tensión de diseño en compresión paralela a las fibras de referencia multiplicada por todos los factores de ajuste aplicables, excepto C_P .

$$F_{cE} = \frac{0,822 E'_{min}}{\left(\frac{\ell_e}{d} \right)^2}$$

E'_{min} el módulo de elasticidad para el cálculo de la estabilidad, ajustado (ver artículo 3.2.1).

c el coeficiente igual a **0,8** para miembros de madera aserrada y **0,9** para madera laminada encolada estructural.

ℓ_e la longitud efectiva de pandeo.

C_p : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS MECÁNICAMENTE EN FORMA DIRECTA

$$C_p = K_f \left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}} \right]$$

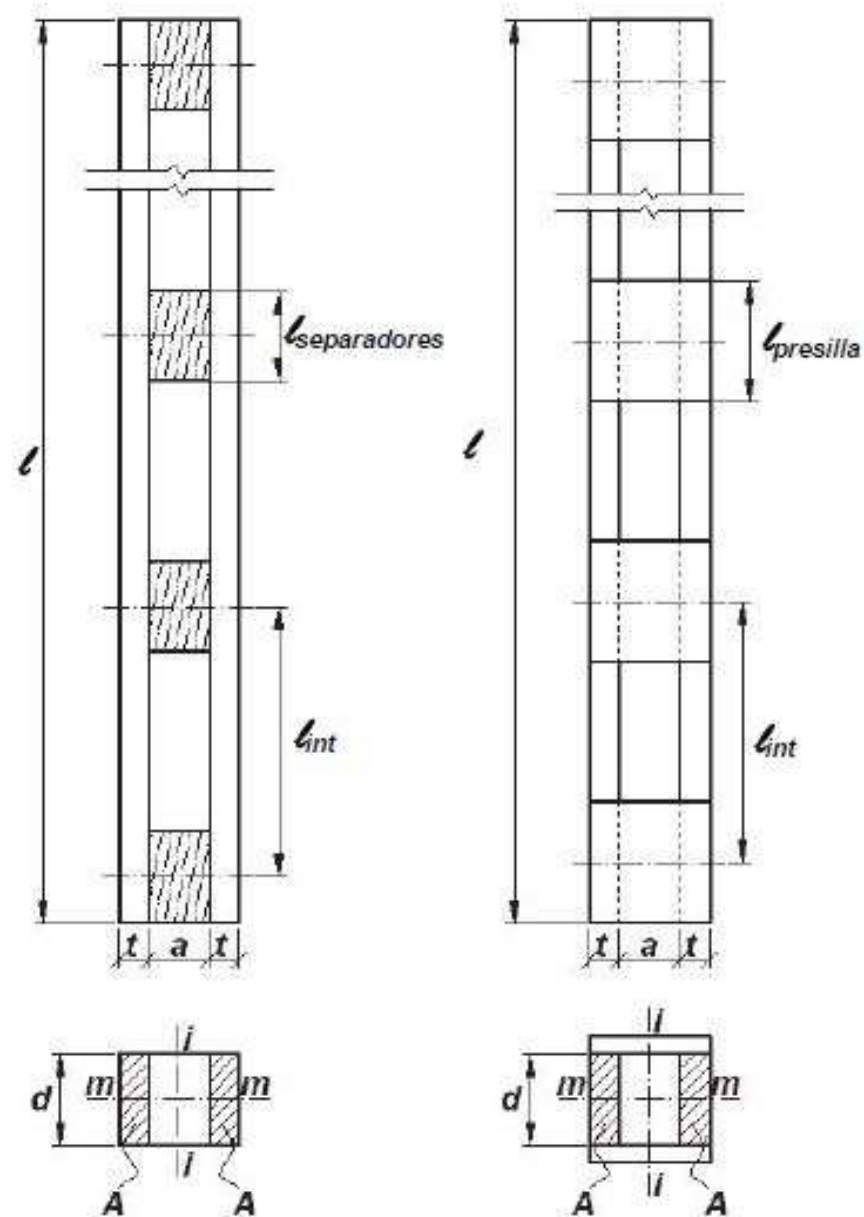
K_f el coeficiente cuyo valor es:

1 cuando se utilice la relación ℓ_{e1} / d_1 para calcular F_{cE} , es decir cuando el pandeo se produce respecto del eje que pasa por el baricentro de la sección transversal intersecando todas las láminas y es paralelo al lado d_2 del miembro compuesto.

0,75 cuando se utilice la relación ℓ_{e2} / d_2 para calcular F_{cE} , es decir cuando el pandeo se produce respecto del eje que pasa por el baricentro de la sección transversal y es paralelo al lado d_1 . Las láminas se unen con **bulones** cumpliendo los requerimientos detallados en este artículo.

0,60 cuando se utiliza la relación ℓ_{e2} / d_2 para calcular F_{cE} , es decir cuando el pandeo se produce respecto del eje que pasa por el baricentro de la sección transversal y es paralelo al lado d_1 . Las láminas se unen con **clavos** cumpliendo los requerimientos detallados en este artículo.

C_p : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR SEPARADORES O PRESILLAS LATERALES



Cp : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR SEPARADORES O PRESILLAS LATERALES

- a) los miembros compuestos son articulados en ambos extremos.
- b) cada cordón es de una sola pieza con la longitud total del miembro compuesto.
- c) la sección transversal tiene dos ejes de simetría.
- d) los cordones se encuentran vinculados al menos en los extremos y en los puntos intermedios ubicados en los tercios de su longitud (ver la Figura 3.3.3-1). La esbeltez individual de cada cordón, $\lambda_{cor} = 3,46 \ell_{int} / t$, no debe superar el valor de **60**.
- e) la distancia libre entre los cordones (a) no es superior a **3 veces** el espesor (**t**) de los mismos en miembros compuestos unidos con separadores, y a **6 veces** el espesor (**t**) en miembros unidos con presillas laterales.
- f) la dimensión de los separadores en el sentido longitudinal del miembro compuesto (ℓ_{sep}) es mayor o igual que **1,5 veces** la distancia libre (a) entre los cordones.
- g) la dimensión de las presillas en el sentido longitudinal del miembro compuesto (ℓ_{pr}) es mayor o igual que **2 veces** la distancia libre (a) entre los cordones.
- h) las uniones, los separadores y las presillas están diseñados de acuerdo con las disposiciones de este artículo.
- i) si las uniones se realizan con elementos de fijación de tipo clavija (ver el Capítulo 8), en cada sección de corte se deben colocar al menos **4** elementos de fijación.
- j) la carga aplicada es un esfuerzo de compresión, **P**, situado en el centro de gravedad del miembro compuesto.

C_p : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR SEPARADORES O PRESILLAS LATERALES

Respecto al eje m-m:

$$C_P = K_f \left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}} \right]$$

Utilizando la relación I / d para determinar F_{cE} y haciendo $K_f = 1$.

Respecto al eje i-i:

$$C_P = \frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}}$$

siendo:

F_c^* la tensión de diseño en compresión paralela a las fibras de referencia multiplicada por todos los factores de ajuste aplicables, excepto C_P .

c el coeficiente igual a **0,8** para miembros de madera aserrada y **0,9** para madera laminada encolada estructural.

$$F_{cE} = \frac{9,86 E'_{\min}}{(\lambda_{i,ef})^2}$$

E'_{\min} el módulo de elasticidad para el cálculo de la estabilidad, ajustado.

Cp : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR SEPARADORES O PRESILLAS LATERALES

$\lambda_{i,ef} = \sqrt{\lambda_i^2 + \chi \lambda_{cor}^2}$ la esbeltez mecánica efectiva del miembro compuesto respecto del eje i-i, la cual considera la pérdida de capacidad portante del miembro compuesto en relación a uno macizo con sección transversal de igual área y momento de inercia. En esta expresión, para λ_{cor} se considerará en todos los casos un valor mínimo igual a **30**.

$\lambda_i = \frac{\ell}{\sqrt{I_{tot} / A_{tot}}}$ la esbeltez mecánica del miembro compuesto respecto del eje i-i, sin considerar la influencia de la distancia entre los cordones y de las uniones sobre la capacidad portante del miembro compuesto.

$I_{tot} = d [(2t + a)^3 - a^3] / 12$ el momento de inercia de la sección transversal total del miembro compuesto respecto del eje i-i .

$A_{tot} = 2A$ el área total de la sección transversal del miembro compuesto.

$\lambda_{cor} = 3,46 \frac{\ell_{int}}{t} \leq 60$ la esbeltez mecánica de los cordones del miembro compuesto.

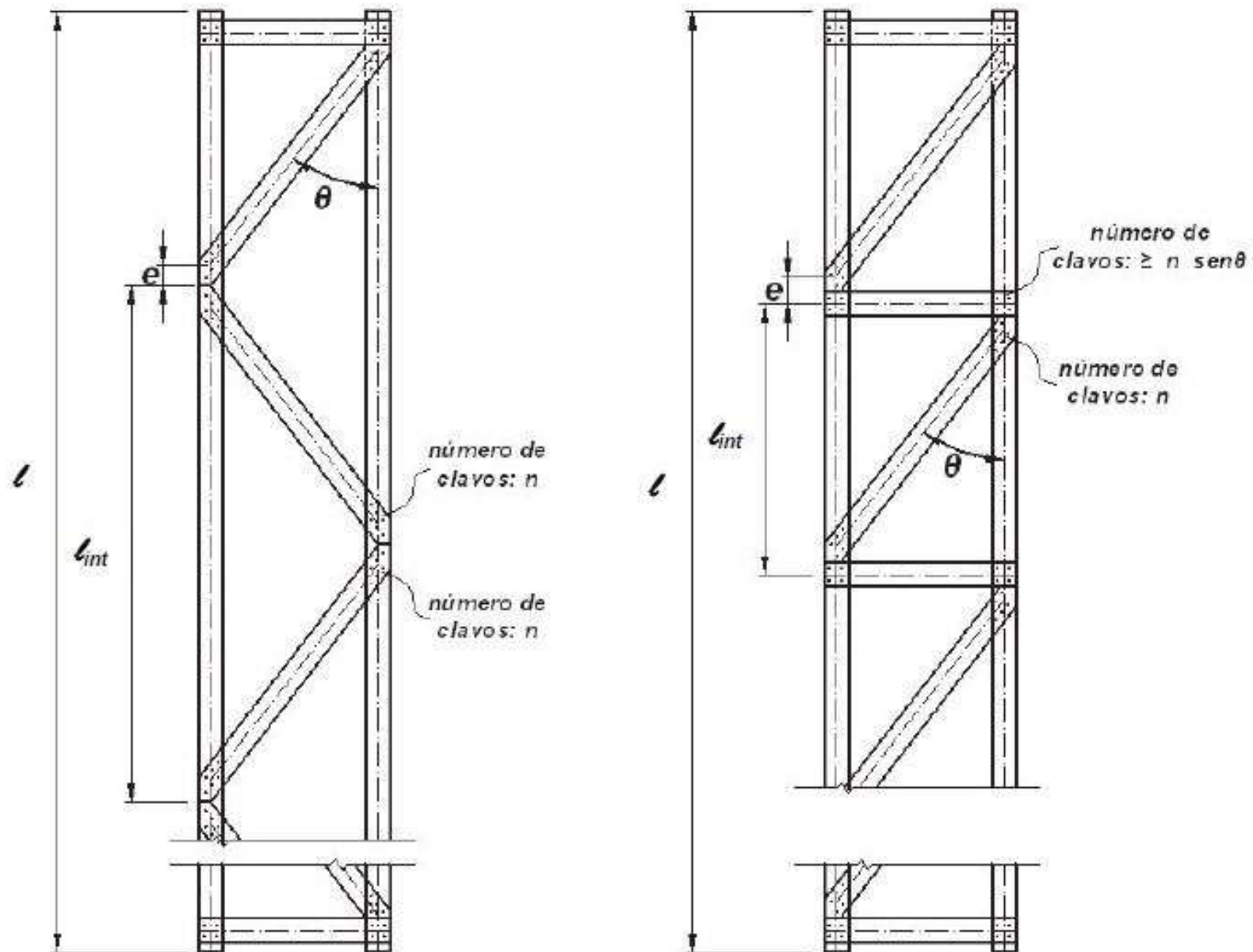
χ el coeficiente cuyo valor se debe tomar de la Tabla 3.3.3-1.

C_p : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR SEPARADORES O PRESILLAS LATERALES

Tabla 3.3.3-1 Valores del coeficiente χ

Dispositivo de vinculación	Medio de unión	Coeficiente χ
separadores	adhesivo estructural	1
	clavos, tirafondos, bulones o barras roscadas ⁽¹⁾	4
presillas laterales	adhesivo estructural	3
	clavos, tirafondos	6
<p>(1) el diámetro del orificio se debe realizar con la menor holgura posible respecto del diámetro nominal del medio de unión (D). Se debe disponer una arandela con diámetro exterior igual a $3 D$ y espesor igual a $0,3 D$ entre la madera y la cabeza del bulón, así como entre la madera y la tuerca. El ajuste de las tuercas se debe revisar periódicamente, de manera de asegurar el firme contacto cuando se logre la humedad de equilibrio higroscópico de la madera.</p>		

Cp : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR CELOSÍA



Cp : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR CELOSÍA



- a) los miembros compuestos están articulados en ambos extremos, los cuales están impedidos de desplazarse.
- b) cada cordón es de una sola pieza con la longitud total del miembro compuesto.
- c) la sección transversal tiene dos ejes de simetría. Las celosías pueden estar desfasadas entre si una distancia igual a $l_{int} / 2$.
- d) los cordones se encuentran vinculados entre sí al menos en los extremos (ver la Figura 3.3.4-1.) y en los puntos intermedios ubicados en los tercios de su longitud. La esbeltez individual de cada cordón, $\lambda_{cor} = 3,46 l_{int} / t$, no supera el valor de **60**.
- e) las uniones, encoladas con adhesivo estructural, o realizadas con clavos o tirafondos, así como las barras de la celosía, están diseñadas conforme a las disposiciones de este artículo. El número mínimo de clavos o tirafondos en las uniones realizadas entre una diagonal y un cordón será de **4** por cada sección de corte. En cada unión realizada entre un montante y un cordón se deberá disponer al menos la cantidad de clavos o tirafondos colocados en la diagonal multiplicada por el seno del ángulo θ , que mide la inclinación de la diagonal respecto del eje longitudinal del miembro comprimido y debe ser mayor o igual que **30°** (Figura 3.3.4-1).
- f) la carga aplicada es un esfuerzo de compresión, **P**, situado en el centro de gravedad del miembro compuesto.

C_p : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR CELOSÍA

Respecto al eje m-m:

$$C_p = K_f \left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}} \right]$$

Respecto al eje i-i:

$$C_p = \frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}}$$

siendo:

- F_c^{*}** la tensión de diseño en compresión paralela a las fibras de referencia multiplicada por todos los factores de ajuste aplicables, excepto **C_p**.
- c** el coeficiente igual a **0,8** para miembros de madera aserrada y **0,9** para madera laminada encolada estructural.

Cp : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR CELOSÍA

$$F_{cE} = \frac{9,86 E'_{\min}}{(\lambda_{i,ef})^2}$$

$$C_p = \frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[\frac{1 + (F_{cE} / F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{F_{cE} / F_c^*}{c}}$$

E'_{\min} el módulo de elasticidad para el cálculo de la estabilidad, ajustado.

$\lambda_{i,ef} = \lambda_i \sqrt{1 + \chi} \geq 1,05 \lambda_i$ la esbeltez mecánica efectiva del miembro compuesto respecto del eje i-i, la cual considera la pérdida de capacidad portante del miembro compuesto en relación a uno macizo con sección transversal de igual área y momento de inercia.

$\lambda_i = \frac{\ell}{\sqrt{\frac{I_{tot}}{A_{tot}}}}$ la esbeltez mecánica del miembro compuesto respecto del eje i-i, sin

considerar la influencia de la distancia entre los cordones y de las uniones sobre la capacidad portante del miembro compuesto. Para relaciones h / t elevadas (ver la Figura 3.3.4-1.), puede tomarse $\lambda_i \cong 2\ell / h$

$I_{tot} = d [(2t + a)^3 - a^3] / 12$ el momento de inercia de la sección transversal total del miembro compuesto respecto del eje i-i .

$A_{tot} = 2A$ el área total de la sección transversal del miembro compuesto.

χ el coeficiente cuyo valor se debe tomar de la Tabla 3.3.4-1.

Cp : SECCIONES COMPUESTAS UNIDAS POR CELOSÍA

Tabla 3.3.4-1 Valores del coeficiente χ

Tipo de celosía	Medio de unión	Coeficiente χ
diagonales	adhesivo estructural	$\chi = 4 \frac{e^2 A}{I} \left(\frac{h}{\ell} \right)^2$
	clavos, tirafondos	$\chi = 25 \frac{h E' A}{\ell^2 n (0,67 \gamma) \text{sen } 2\theta}$
diagonales y montantes	adhesivo estructural	$\chi = \frac{e^2 A}{I} \left(\frac{h}{\ell} \right)^2$
	clavos, tirafondos	$\chi = 50 \frac{h E' A}{\ell^2 n (0,67 \gamma) \text{sen } 2\theta}$
<p>siendo:</p> <ul style="list-style-type: none"> e la excentricidad de las uniones que vinculan en un nudo las barras de la celosía al cordón (Figura 3.3.4-1); A el área de la sección transversal de un cordón; h la distancia entre los baricentros de los cordones; I el momento de inercia de la sección transversal de un cordón respecto de su eje baricéntrico paralelo al eje i-i; E el módulo de elasticidad (valor medio) de la madera; n el número de clavos que vincula cada diagonal con el cordón; γ el módulo de deslizamiento instantáneo calculado con la Exp. 8.2.5-4 u 8.2.5-5 según corresponda; θ el ángulo de inclinación de la diagonal respecto del eje longitudinal del miembro comprimido. 		

DISEÑO DE BARRAS DE LA CELOSÍA Y LAS UNIONES

Las barras de la celosía y las uniones se deben dimensionar para equilibrar el esfuerzo de corte efectivo, $V_{i,ef}$, que se debe considerar cuando se produce el pandeo respecto del eje i-i. Éste se debe obtener a partir del esfuerzo de compresión actuante sobre el miembro compuesto, P , con las siguientes expresiones:

$$V_{i,ef} = \frac{P}{120C_p} \quad \text{para } \lambda_{i,ef} \leq 30 \quad (3.3.4-2)$$

$$V_{i,ef} = \frac{P\lambda_{i,ef}}{3600C_p} \quad \text{para } 30 < \lambda_{i,ef} \leq 60 \quad (3.3.4-3)$$

$$V_{i,ef} = \frac{P}{60C_p} \quad \text{para } 60 < \lambda_{i,ef} \quad (3.3.4-4)$$

siendo:

C_p el factor de estabilidad lateral del miembro compuesto para el pandeo respecto del eje i-i.